

# Misura di $g$ mediante macchina di Atwood

<https://farelaboratorio.accademiadelle scienze.it/esperimenti/fisica/27>

## Obiettivi

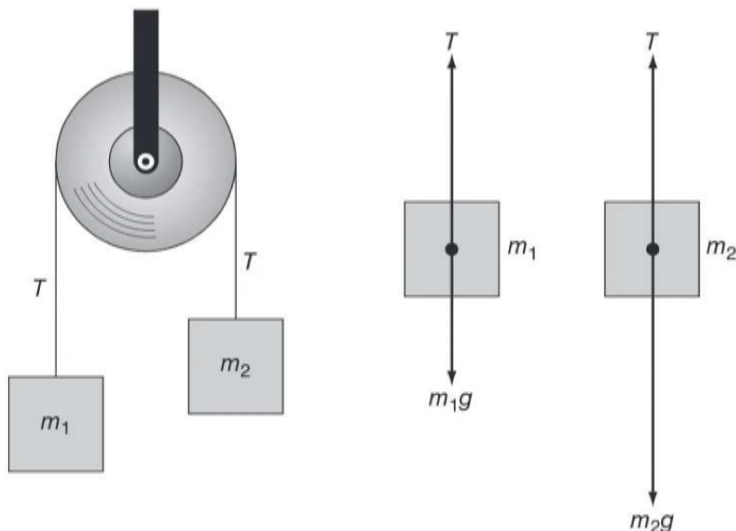
- Indagare la proporzionalità tra la differenza delle masse appese e l'accelerazione del sistema.
- Determinare l'accelerazione di gravità  $g$ .
- Determinare la massa effettiva della carrucola e la forza di attrito che agisce sul sistema.

## Attrezzatura

- Macchina Atwood (puleggia con cuscinetti a sfere a bassissimo attrito o equivalente)
- Masse asolate calibrate, portamasse, bilancia da laboratorio (almeno al decimo di grammo)
- Cronometro digitale centesimale
- uno spago sottile, resistente e non elastico (un filo di lana, ad esempio)
- un metro a nastro (sensibilità 1 mm)

## Teoria

La macchina di Atwood è un'esperienza spesso utilizzata per determinare l'accelerazione dovuta alla gravità ( $g$ ). Il sistema è mostrato in figura ed è costituito da due masse alle estremità di una corda che passa su una puleggia. Nella figura è mostrato anche un diagramma a corpo libero delle forze (nella figura si suppone  $m_2 > m_1$ ).



Applicando l'equazione fondamentale della dinamica ( $F=ma$ ) alle masse (scelto un SDR con asse  $y$  rivolto verso l'alto):

$$T - m_1g = m_1a \quad (1)$$

$$T - m_2g = -m_2a \quad (2)$$

Dove, avendo supposto  $m_2 > m_1$ , allora  $m_1$  sale (accelerazione con segno positivo), mentre  $m_2$  scende, (accelerazione con segno negativo). Da notare che si è anche fatta l'ipotesi che la corda sia inestensibile e priva di massa (in questo modo le tensioni ai capi di  $m_2$  e  $m_1$  sono uguali, così come pure le accelerazioni).

Quando poi si ignorano anche l'inerzia e l'attrito della puleggia, l'accelerazione di gravità  $g$  può essere calcolata dalla ben nota equazione:

$$g = a \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \quad (3)$$

Con questa semplificazione, tuttavia, i risultati sono deludenti. I dati suggeriscono che l'attrito e/o l'inerzia di rotazione svolgono un ruolo significativo nonostante i cuscinetti a basso attrito e la piccola massa della puleggia.

Un altro potenziale problema è la massa della corda stessa. Quando la corda si muove sulla puleggia, la massa della corda si sposta da un lato all'altro, provocando in effetti una differenza di massa variabile tra i due lati. Usare uno spago o un filo molto leggero può ridurre l'effetto ma non rimuoverlo.

Gli effetti dell'attrito dei cuscinetti e dell'inerzia combinata di puleggia e corda possono essere inclusi come masse effettive.

$$T_1 - m_1g = m_1a \quad (4)$$

$$T_2 - m_2g = -m_2a \quad (5)$$

$$T_1R - T_2R + \tau_f = -I_c\alpha \quad (6)$$

dove  $\tau_f$  è il momento dovuto alla forza d'attrito che si esercita sui cuscinetti,  $I_c$  il momento d'inerzia della carrucola e  $\alpha$  l'accelerazione angolare della carrucola. La forza d'attrito, e quindi il suo momento, può essere ritenuta costante per una data massa del sistema. Pertanto il momento può essere scritto come:

$$\tau_f = m_f g R \quad (7)$$

dove  $m_f$  può essere pensato come una piccola massa equivalente da aggiungere alla massa più leggera,  $m_1$ , per tenere conto della piccola coppia di attrito della puleggia.

Scriviamo anche il momento di inerzia:

$$I_c = m_c R^2 \quad (8)$$

dove  $m_c$  è una massa effettiva della puleggia. Non è uguale alla massa effettiva della puleggia perché la massa della puleggia reale non è tutta distribuita sul cerchio esterno a raggio  $R$ .

La massa della corda è inclusa in questa quantità perché anche la corda accelera e si trova a una distanza radiale  $R$ .

Inserendo la (7) e la (8) nella (6) e assumendo che la corda non slitti sulla carrucola, cosicché possiamo scrivere  $a = a/R$ , possiamo risolvere il set di equazioni (5) - (7) per determinare  $g$ :

$$g = a \frac{m_2 + m_1 + m_c}{m_2 - m_1 - m_f} \quad (9)$$

Per ottenere  $g$  dobbiamo determinare tutte le quantità nell'Eq. (9). Questo è semplice ad eccezione di  $m_c$  e  $m_f$ . Ricordiamo che  $m_c$  è costante indipendente dalle masse appese utilizzate, mentre  $m_f$  varia (di norma, maggiore è la massa appesa, maggiore è l'attrito).

Riscriviamo l'equazione (9) nella forma:

$$m_2 - m_1 = a \frac{m_2 + m_1 + m_c}{g} + m_f \quad (10)$$

che implica una relazione lineare tra  $m_2 - m_1$  e  $a$ , con intercetta di  $m_f$  se si mantiene costante  $m_2 + m_1$ , dove per futura convenienza indichiamo con:

$$S = \frac{m_2 + m_1 + m_c}{g} \quad (11)$$

la pendenza della retta.

Ripetendo l'esperienza, cambiando la somma delle masse appese ( $m_2 + m_1$ ), si possono ottenere diverse coppie di valori di  $S$  e ( $m_2 + m_1$ )

Riportando in grafico tali coppie si può ottenere come pendenza il valore di  $g$  cercato, infatti basta osservare che la (11) può essere posta nella forma:

$$m_2 + m_1 = Sg - m_c \quad (12)$$

## Procedimento

1. Posizionare i due portapesi con masse uguali alle estremità della corda.
2. Spostare una piccola massa (circa 2 g) da  $m_1$  a  $m_2$ ; registrare i valori di  $m_1$  e  $m_2$  in tabella.
3. Posizionare  $m_1$  nel punto più in basso della sua corsa e misurare la distanza di caduta di  $m_2$  al punto più basso; registrare questo valore in tabella ( $y$ )
4. Rilasciare  $m_2$  e contemporaneamente far partire il cronometro. Registrare il tempo di caduta in tabella ( $t_i$ ). Ripetere la misura almeno 5 volte
5. Calcolare  $\langle t \rangle$  (tmedio) e l'accelerazione con la formula

$$a = \frac{2y}{\langle t \rangle^2}$$

6. Ripetere i passi da 2 a 5 in modo da raccogliere una decina di valori (stessa massa totale, ma differenti masse su  $m_2$  e  $m_1$ ).
7. Riportare in un grafico del foglio di calcolo i valori di  $(m_2 - m_1)$  in funzione di  $a$ , facendosi graficare la retta di tendenza, con l'equazione e il coefficiente di correlazione.
8. Ripetere i passi da 1 a 7 cambiando la massa totale ( $m_2 + m_1$ ) per almeno 4 o 5 casi diversi
9. Riportare in un grafico del foglio di calcolo i valori di  $(m_2 + m_1)$  in funzione di  $S$  (pendenze delle varie rette al punto 7), facendosi graficare la retta di tendenza, con l'equazione e il coefficiente di correlazione.

### **Grafici**

V. punti 7 e 9 sopra

## Compiti prima del laboratorio

1. Una forza netta di 3,50 N agisce su un oggetto di 2,75 kg. Qual è l'accelerazione dell'oggetto? Mostra, anche con un disegno, il tuo lavoro.
2. Descrivi il concetto di base della macchina di Atwood. Qual è la forza netta applicata? Qual è la massa a cui viene applicata questa forza netta? Mostra, anche con un disegno, il tuo lavoro.
3. Una macchina di Atwood è costituita da una massa di 1.060 kg e una massa di 1.000 kg collegate da una corda su una puleggia priva di massa e di attrito. Trovare l'accelerazione del sistema. Supponiamo che  $g$  sia  $9,80 \text{ m/s}^2$ . Mostra, anche con un disegno, il tuo lavoro.
4. Supponiamo che il sistema nella domanda 3 abbia una forza di attrito di 0,056 N. Determinare l'accelerazione del sistema. Mostra, anche con un disegno, il tuo lavoro.

## Relazione di laboratorio

Considera ogni massa come un oggetto separato e disegna un diagramma di corpo libero per ciascuno. Cerca di rispettare le proporzioni tra i vettori.

Fissa un opportuno SDR.

Proietta la II legge della dinamica lungo gli assi del SDR scelto. Cosa succede alle equazioni se inverti il verso dell'asse verticale?

### Tabella raccolta dati - Parte 1

1° prova con  $m_1 + m_2 = X \text{ kg}$

| $m_1$ (kg) | $m_2$ (kg) | $m_1 + m_2$ (kg) | $m_2 - m_1$ (kg) | $y$ (m) | $t_1$ (s) | $t_2$ (s) | $t_3$ (s) | $t_4$ (s) | $t_5$ (s) | $\langle t \rangle$ (s) | $\langle a \rangle$ ( $\text{m/s}^2$ ) |
|------------|------------|------------------|------------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------------------|----------------------------------------|
|            |            |                  |                  |         |           |           |           |           |           |                         |                                        |
|            |            |                  |                  |         |           |           |           |           |           |                         |                                        |
|            |            |                  |                  |         |           |           |           |           |           |                         |                                        |

grafico 1:  $m_2 - m_1$  vs  $\langle a \rangle \rightarrow$  pendenza  $S_1$

2° prova con  $m_1 + m_2 = Y \text{ kg}$

| $m_1$ (kg) | $m_2$ (kg) | $m_1+m_2$ (kg) | $m_2-m_1$ (kg) | $y$ (m) | $t_1$ (s) | $t_2$ (s) | $t_3$ (s) | $t_4$ (s) | $t_5$ (s) | $\langle t \rangle$ (s) | $\langle a \rangle$ (m/s <sup>2</sup> ) |
|------------|------------|----------------|----------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------------------|-----------------------------------------|
|            |            |                |                |         |           |           |           |           |           |                         |                                         |
|            |            |                |                |         |           |           |           |           |           |                         |                                         |
|            |            |                |                |         |           |           |           |           |           |                         |                                         |

grafico 1:  $m_2-m_1$  vs  $\langle a \rangle \rightarrow$  pendenza  $S_2$

[...]

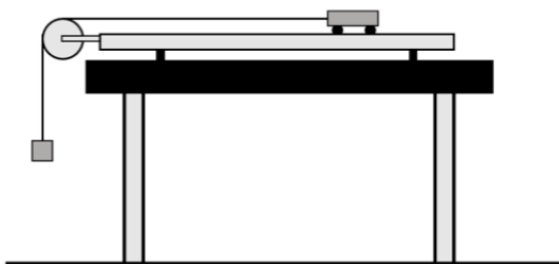
### Tabella raccolta dati - Parte 2

| $m_1+m_2$ (kg) | $S$ (kg s <sup>2</sup> /m) |
|----------------|----------------------------|
| X              |                            |
| Y              |                            |
| ...            |                            |

grafico finale:  $m_2+m_1$  vs  $S \rightarrow$  pendenza  $g$

### Domande

1. Quali sono le possibili fonti di errore nella misurazione dei valori di  $t$  e  $y$ ? Che effetto avranno questi errori sui risultati? Suggerire una possibile modifica alla procedura che possa ridurre questi errori.
2. Quale set di dati nella parte 1 ha prodotto il valore più accurato di  $a$ ? Come mai?
3. Supponiamo che uno studente modifichi l'impostazione usata per determinare  $g$  come rappresentato in figura.



Quale sarà l'espressione per determinare  $g$ ?