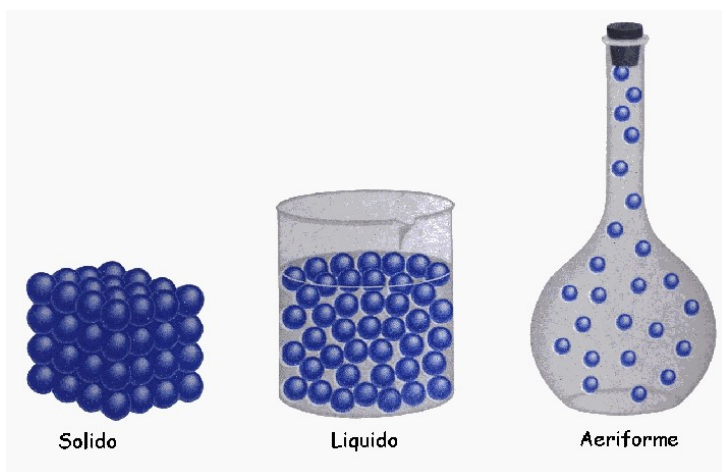


### Alcuni richiami di statica dei fluidi

Liquidi e gas sono fluidi. In essi le molecole sono sistemate in modo casuale e vengono tenute insieme da deboli forze di coesione e da forze esercitate dalle pareti del contenitore. Per la loro fondamentale natura, i fluidi non possono rimanere a riposo in presenza di una *forza di taglio*, cioè di una forza che agisce parallelamente alla loro superficie. Infatti, non potendola sostenere o contrastare, essi subiscono un continuo cambiamento di forma e, diversamente da ciò che accade per i solidi, fluiscono. Un solido elastico, al contrario, sostiene e contrasta le forze di taglio deformandosi senza fluire e riprendendo la forma iniziale alla rimozione di quelle forze. Questo accade perché nei liquidi le forze interatomiche (o intermolecolari) non sono abbastanza intense da mantenere gli atomi (o le molecole) fissati gli uni agli altri. Le interazioni intermolecolari sono limitate alle molecole vicine, il legame tra esse è meno forte che nei solidi e ciò permette loro di muoversi restando però praticamente a contatto e, nel complesso, legate. Si spiegano così, da una parte, l'assenza di una forma propria e l'impossibilità di resistere a uno sforzo di taglio e, dall'altra, l'esistenza di un volume proprio oltre che l'elevato valore del modulo di compressibilità. In molte situazioni possiamo considerare i liquidi come *incomprimibili*, cioè come se avessero un determinato volume che è impossibile modificare.



**Fig. 1** In un solido cristallino atomi o molecole sono disposti in una struttura ordinata chiamata reticolo cristallino. Questa struttura ordinata non esiste su vasta scala in un fluido.

### Pressione

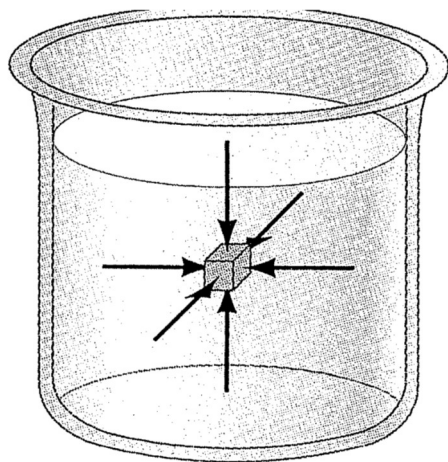
Per capire la fisica dei fluidi un primo passo è definire una nuova grandezza adatta a descriverli; essa è chiamata *pressione*.

In condizioni di equilibrio statico o di quiete tutti gli "elementi di volume" (volumetti fisicamente infinitesimi) che costituiscono un fluido debbono avere accelerazione e velocità nulle in un riferimento inerziale. Le forze agenti su di essi hanno pertanto somma zero e, ovviamente, sarà pure nulla la somma delle componenti lungo qualsiasi direzione.

In seguito all'applicazione di una forza alla superficie di un fluido in quiete, il solo tipo di forza che può esistere è la componente ad essa perpendicolare. La componente di taglio, non essendo sostenuta, determina lo scivolamento delle molecole l'una sull'altra e quindi lo scorrimento del fluido stesso.

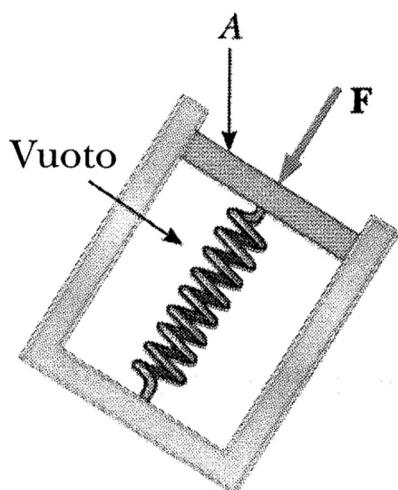
La forza esercitata su un oggetto da un fluido è sempre perpendicolare alla superficie dell'oggetto (pressione idrostatica - *figura 2*) e ha origine nell'urto delle molecole con la superficie stessa. Ogni collisione dà luogo ad una inversione della componente del vettore velocità della molecola perpendicolare alla superficie producendo in tal modo una forza (impulso) sulla superficie stessa (teorema dell'impulso e terza legge di Newton). In ogni secondo si verifica un enorme numero di queste forze impulsive che, determinando una forza macroscopica costante distribuita su tutta l'area della superficie, è direttamente correlata alla grandezza pressione.

La pressione in un punto specifico di un fluido si può misurare; ad esempio con un piccolo sensore (figura 3). Il dispositivo consiste in un cilindro, in cui è stato fatto il vuoto, contenente un pistone leggero di area  $A$ . Quando il sensore viene immerso nel fluido, quest'ultimo preme il pistone verso l'interno e comprime la molla finché la forza applicata dal fluido verso l'interno viene equilibrata dalla forza elastica esercitata dalla molla verso l'esterno. La forza  $F$  esercitata sul pistone dal fluido si può misurare direttamente se la molla è stata preventivamente calibrata.



**Fig. 2** La forza esercitata da un fluido su un corpo immerso è perpendicolare in ogni punto alla sua superficie. La forza del fluido sulle pareti del recipiente è perpendicolare ad esse in ogni punto.

**Osservazione** – prendendo come esempio un corpo cubico, se il fluido è a riposo la pressione su ciascuna faccia deve essere la stessa qualunque sia l'orientazione del corpo. Se ciò non accadesse il fluido si muoverebbe nella direzione della forza risultante contro i principi dell'equilibrio.



**Fig. 3**

Dispositivo semplice per misurare la pressione in un fluido (sensore).

La pressione  $P$  del fluido, al livello in cui è stato

immerso il sensore, è definita dal rapporto:  $P = \frac{F}{A}$

Essa ha le dimensioni di  $\text{Newton}/\text{m}^2$  nel Sistema Internazionale (SI). Nello stesso sistema un altro nome per l'unità di pressione è **pascal** (Pa):  $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$ .

$$1\text{atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{Pa}$$

Si trova sperimentalmente che la pressione in un dato punto di un fluido a riposo ha lo stesso valore indipendentemente dall'orientazione del sensore. Non avendo quindi proprietà direzionali (isotropia) essa agisce con la stessa ampiezza in tutte le direzioni. È chiaro che la forza agente sul pistone del sensore di pressione è un vettore, ma l'equazione  $P = F/A$  coinvolge solo l'intensità (il modulo) della forza, una quantità scalare.

L'equazione fa una chiara distinzione tra forza e pressione. Non è associata alcuna direzione alla pressione, ma la direzione della forza associata alla pressione è perpendicolare alla superficie di interesse. Si può parlare pertanto di pressione in punto di un fluido senza ulteriori specificazioni ed è sottinteso che la forza sarà diretta sempre perpendicolarmente a qualunque superficie passante per il punto.

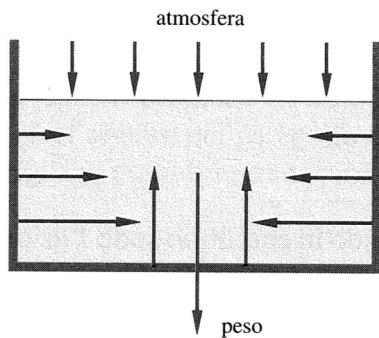
La pressione e la forza sono grandezze diverse. Si può avere una pressione molto grande da una forza relativamente piccola rendendo piccola la superficie sulla quale la forza è applicata.

La pressione aumenta se aumenta la forza su una determinata area o se una data forza viene applicata a un'area minore. (Ad esempio se premiamo con un dito su un palloncino, non otteniamo grandi effetti; se invece premiamo con uno spillo e con la stessa forza, facciamo scoppiare il palloncino. La differenza sta nel fatto che la stessa forza applicata a un'area più piccola, causa una pressione abbastanza grande da determinare una rottura.

### Distribuzione della pressione nel campo gravitazionale

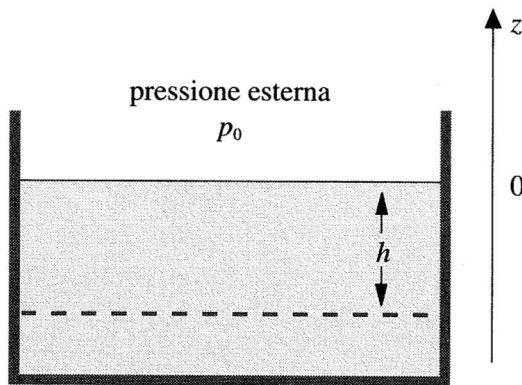
La pressione entro un liquido può variare da punto a punto. Un liquido soggetto all'azione della forza di gravità costituisce un esempio di dipendenza della pressione dalla posizione (figura 4). Esso è compresso dall'azione della gravità su ogni elemento di volume e dalle forze agenti sulla sua superficie; la pressione in un punto aumenta con la quota di profondità (figura 5).

Il liquido non risente solo delle forze di superficie trasmesse attraverso la pareti del recipiente che lo contiene, ma anche dall'azione della forza di gravità agente sulle singole molecole (forze di volume).



**Fig. 4** Liquido contenuto in recipiente sottoposto alla forza peso (forza di volume) e alla pressione atmosferica (forza di superficie).

Esso viene compresso contro le pareti del recipiente e la reazione di queste, che è una forza di superficie, si manifesta nel liquido con una ben determinata pressione, variabile all'interno del liquido.



**Fig. 5** Liquido a riposo in un contenitore.

Se la densità  $\rho$  del liquido ( $\rho \equiv \text{massa/volume} \rightarrow \text{kg/m}^3$ ) è uniforme, si dimostra che la pressione  $p$  alla profondità generica  $z=h$  vale:

$$p = p_0 + \rho gh$$

dove  $g$  è l'accelerazione di gravità e  $p_0$  è la pressione esterna.

Se la superficie alla "profondità"  $z=0$  è aperta all'atmosfera, allora  $p_0$  è la pressione atmosferica.

Questa relazione è nota come *legge di Stevino*.

La legge di Stevino può essere dedotta molto semplicemente calcolando il *peso* della colonna liquida alla profondità  $h$ :

$$\text{peso} = mg = \rho Vg = \rho \Rightarrow P = \frac{F}{A} = \rho gh$$

dove  $m$  è la massa della colonna liquida,  $V$  il suo volume e  $A$  l'area di base della colonna.

Alla profondità  $h$  la pressione è data dalla somma di quella esercitata dalla colonna di liquido sovrastante e della pressione esterna agente sulla superficie libera del liquido.

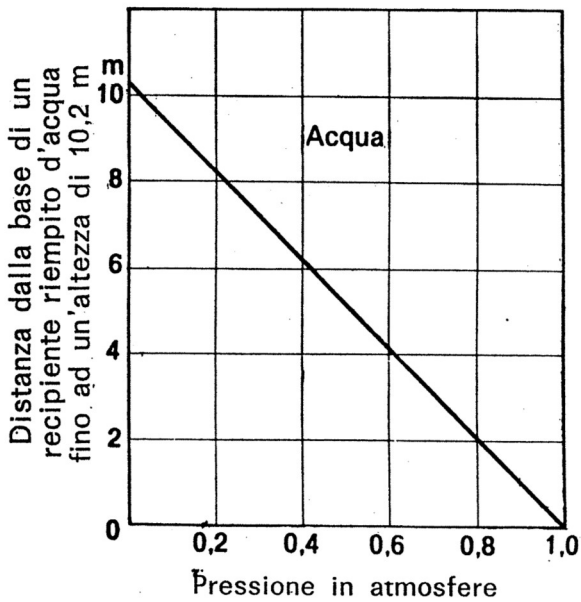
La pressione, dovuto al peso del liquido sovrastante, *cresce linearmente* con la profondità ( $h$ ) e dipende soltanto dalla profondità dentro il liquido (figura 6). Essa perciò è la stessa in tutti punti che hanno la medesima profondità, indipendentemente dalla forma del contenitore.

Se la pressione esterna  $p_0$  viene variata di una quantità  $\Delta p_0$ , il suo valore in un punto generico del liquido, alla profondità  $h$ , passa da:  $p = p_0 + \rho gh$  a  $p' = p_0 + \Delta p_0 + \rho gh$  subendo la variazione:

$$\Delta p = p' - p = \Delta p_0$$

Sulla base della legge di Stevino, ogni variazione della pressione esterna dà luogo a una eguale variazione di  $p$  in ogni punto del liquido. E' questa la *legge (o principio) di Pascal* la quale

afferma che: una variazione di pressione applicata a un fluido chiuso è trasmessa integralmente in ogni punto del fluido e alle pareti del contenitore.  
Una importante applicazione di questa legge è la *pressa idraulica*.

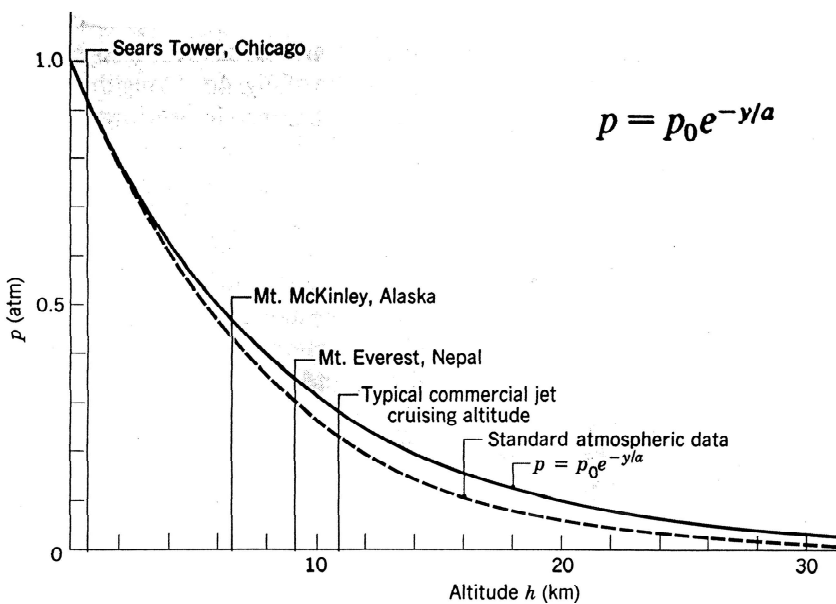


**Fig. 6**  
*Distribuzione della pressione gravitazionale nell'acqua*

In tutti i liquidi la pressione diminuisce in modo lineare passando dal suolo a strati più alti. Nell'acqua essa diminuisce di circa 0,1 atmosfere ( $\sim 10.13 \cdot 10^3$  pascal) per ogni metro di salita. Gli strati inferiori non vengono compressi in modo sensibile dal peso di quelli superiori che gravitano su di essi (incompressibilità dei liquidi). Perciò ogni strato d'acqua di spessore  $dh$  dà un medesimo contributo  $dp = \rho g(dh)$  alla pressione totale. Le cose stanno in modo del tutto diverso nei gas, che sono assai compressibili.

L'attrazione gravitazionale da parte della terra sulla massa di gas che la circonda è l'origine della *pressione atmosferica*. Si raggiunge un equilibrio statico che determina una compressione contro la superficie terrestre. Quest'ultima risulta così soggetta ad una compressione atmosferica il cui valore diminuisce con l'altezza a causa della riduzione di peso della colonna d'aria soprastrante (figura 7). La decrescita di pressione non è una funzione lineare dell'altezza in quanto la densità  $\rho$  dell'aria varia notevolmente con essa.

Intorno al nostro corpo, al livello del suolo, l'aria esercita una forza di circa 10 Newton su ogni  $cm^2$  della sua superficie rispetto alla quale agisce perpendicolarmente con lo stesso valore in tutte le direzioni. Una pressione uguale esercitata all'interno del corpo contrasta quella atmosferica esterna e ciò fa sì che l'esistenza di quest'ultima non sia percepita.



$$p = p_0 e^{-y/a}$$

**Fig. 7** Decrescita esponenziale della pressione  $p$  (in atmosfere) in funzione dell'altezza dal suolo (in km).

Sono confrontati i dati della "pressione standard" (curva tratteggiata) con quelli predetti dall'equazione (curva continua). Le due curve differiscono perché il calcolo trascurava la variazione della densità dell'aria con la temperatura all'aumentare dell'altezza.

## La spinta idrostatica

L'aumento della pressione con la profondità implica che un fluido esercita su qualsiasi oggetto vi sia immerso una spinta verso l'alto chiamata *spinta di Archimede* o *forza di galleggiamento*. E' la più nota conseguenza della distribuzione della pressione nel campo gravitazionale. Essa stabilisce che il volume di fluido spostato da un corpo, parzialmente o totalmente immerso, ha massa uguale a quella del corpo.

Non c'è bisogno di alcun principio fisico nuovo per spiegare le forze di galleggiamento su un corpo sommerso.

Consideriamo la spinta su un corpo immerso in un liquido e, per semplicità, supponiamo che abbia la forma di un cilindro schiacciato (*figura 8*).

Come sappiamo, la pressione non ha direzione; allora contro la superficie inferiore  $S$  del cilindro

agisce una forza diretta verso l'alto:  $F_1 = p_1 S = \rho g h_1 S$  e contro la superiore una forza

minore diretta verso il basso:  $F_2 = p_2 S = \rho g h_2 S$ .

Tutte le forze dirette contro la superficie laterale del cilindro si compensano l'una con l'altra a

coppie. Resta solo la differenza delle due forze  $F_1$  e  $F_2$ . Se fissiamo la direzione positiva verso

l'alto, questa differenza dà luogo a una forza risultante  $F$  diretta verticalmente verso l'alto che

agisce sul corpo ed è chiamata, appunto, spinta di Archimede. Il suo ammontare è:

$$F = F_1 - F_2 = \rho g S (h_1 - h_2)$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido in cui è immerso il corpo di volume  $V [=S(h_1 - h_2)]$ . Il prodotto al secondo membro non è altro che il peso di un volume di liquido eguale a quello del corpo immerso.

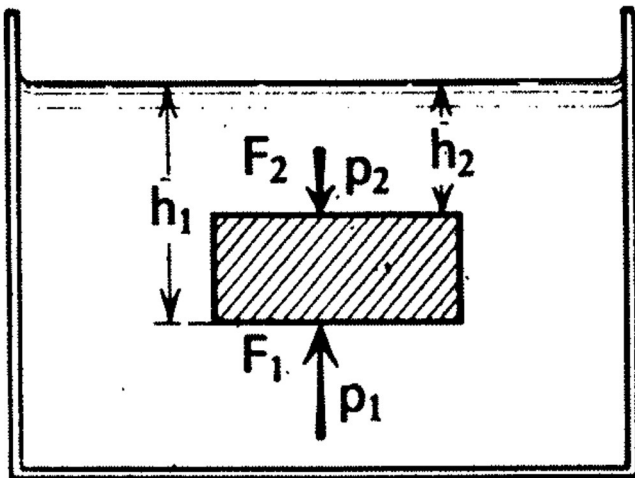


Fig. 8

### Origine della spinta di Archimede

$p_1$  è la pressione contro la faccia inferiore alla profondità  $h_1$ ;

$p_2$  è la pressione contro la faccia superiore alla profondità  $h_2$ ;

$$p_1 > p_2$$

*Un corpo immerso completamente in un fluido sente una spinta di galleggiamento verso l'alto di intensità pari al peso del fluido spostato. Più in generale, se una parte di volume  $V$  viene immersa in un fluido di densità  $\rho$ , la forza di galleggiamento  $F$  può essere espressa come:  $F = \rho g V$*

Il peso di un corpo e la sua spinta in un liquido agiscono l'uno contro l'altra: *sono due forze competizione.*

Se prevale il *peso*, il corpo scende nel liquido fino al fondo;

se prevale la *spinta*, il corpo sale alla superficie e una parte esce fuori dalla superficie del liquido: esso raggiunge l'equilibrio non appena l'acqua spostata ha un peso uguale a quello del corpo. Si parla allora di *galleggiamento* del corpo (*figura 9 – caso dell'iceberg*). Infatti, un corpo galleggia se sposta una quantità di fluido pari al suo peso.

Il passaggio tra le due possibilità ci dà un caso particolare, quello che il corpo ed il liquido da esso spostato abbiano ugual peso; allora il corpo resta sospeso a qualsiasi altezza nel liquido.

Il comportamento di affondare o galleggiare di un oggetto è determinato dal confronto delle densità del fluido e dell'oggetto.



### Galleggiamento dell'iceberg

$$\frac{\rho}{\rho_{\text{liquid}}} = \frac{V_{\text{sub}}}{V}$$

Anche nei gas, come nei liquidi, la pressione gravitazionale scende se si va verso l'alto. Come fluido, l'aria esercita quindi una spinta di Archimede e gli oggetti comuni in essa pesano meno che nel vuoto. A causa della sua piccola densità ( $\rho_{\text{aria}} = 1,22 \text{ kg/m}^3$ ) l'effetto della spinta sugli oggetti solidi è minimo. Vi sono tuttavia oggetti che *fluttuano* nell'aria: i palloni pieni di elio ne sono un esempio, perché la densità dell'elio ( $\rho_{\text{elio}} = 0,18 \text{ kg/m}^3$ ), è minore di quella dell'aria (figura 10).



### Fig. 9

All'equilibrio la forza gravitazionale (peso iceberg) è in modulo uguale alla spinta di Archimede:

$$\rho V g = \rho_L V_S g \text{ da cui:}$$

$$\frac{V_S}{V} = \frac{\rho}{\rho_L} \approx 0.89$$

$\rho$  = densità ghiaccio ( $0,92 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ )

$\rho_L$  = densità acqua salata ( $1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ )

$V$  = volume dell'iceberg

$V_S$  = volume della parte sommersa.

La parte sommersa è una frazione dell'intero volume dell'iceberg pari al rapporto delle densità di ghiaccio e acqua salata. La porzione emersa, la *punta dell'iceberg*, costituisce solo circa l'11% dell'intera montagna di ghiaccio.

### Fig. 10

#### Pallone pieno di gas elio (He)

Per sollevare un dato carico, il volume  $V$  del pallone deve essere tale che la spinta di Archimede su di esso ( $\rho_{\text{aria}} g V$ ) assuma, al minimo, un valore pari al peso  $P$  del carico più quello del gas in esso contenuto ( $\rho_{\text{He}} g V$ ):

$$\rho_{\text{aria}} g V = (\rho_{\text{He}} g V + P)$$