



Liceo Scientifico Statale  
"Aldo Moro"  
Reggio Emilia



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI  
MODENA E REGGIO EMILIA  
Dipartimento di Matematica Pura ed  
Applicata "G. Vitali

# *SUPER COPPA RUFFINI JUNIOR*

18 Maggio 2010

**Finale della gara a squadre di matematica per le scuole medie**

## Istruzioni

- le risposte ai problemi sono dei numeri interi compresi tra 0 e 9999.
- se il risultato di un problema dovesse essere più grande di 9999 scrivere come soluzione 9999.
- se il risultato è un numero negativo scrivere come soluzione 0000.
- se il problema fosse impossibile scrivere 0000.
- se la soluzione non è un numero intero scrivete come soluzione il numero che avete trovato senza la parte decimale (ad esempio, se la soluzione fosse 3224,75 scrivete 3224).
- Se vi servissero, usate le seguenti approssimazioni:  
 $\sqrt{2} = 1,41$  ;  $\sqrt{3} = 1,73$  ;  $\pi = 3,14$

### **1. La media**

**punti 30**

La settimana prossima Alice dovrà fare la quarta verifica di matematica del quadrimestre ma ormai si sente tranquilla. Infatti nei tre compiti precedenti ha sempre migliorato, aumentando ogni volta il suo voto di due punti. Se nella prossima verifica dovesse prendere 3, avrà comunque la media del 6 giusta giusta. Quanto ha preso Alice nel primo compito del quadrimestre?

### **2. La pensione per gatti**

**punti 30**

John Beaf è proprietario di una pensione per gatti a Douglas, capitale dell'isola di Man (Inghilterra). Vi accoglie non solo i gatti degli abitanti dell'isola, ma anche quelli di eventuali turisti in visita. I gatti degli abitanti dell'isola di Man, e solo essi, hanno una particolarità sorprendente: non hanno la coda! Un giorno Ross, il giovane figlio di John, decide di contare i gatti della pensione: trova 224 orecchie e solo 14 code. Quanti sono, quel giorno, nella pensione di John Beaf i gatti originari dell'isola di Man?

### 3. I volumi di storia

punti 30

I tre volumi della “Storia dell’Europa” sono disposti sullo scaffale della libreria, uno accanto all’altro, ordinatamente dal primo al terzo. Le pagine hanno, per ogni volume, uno spessore complessivo di 8 centimetri, mentre ogni copertina è spessa 5 millimetri. Quale distanza in millimetri intercorre tra l’ultima pagina del primo volume e la prima del terzo?

### 4. Tra parentesi

punti 40

Se nell’espressione  $2:2:(2:2 \times 2) \times 2$  cambiamo la posizione delle parentesi in tutti i modi possibili, quanti risultati diversi possiamo ottenere?

### 5. La somma cifrata

punti 40

In questa somma ogni cifra è stata sostituita da una e una sola lettera. Come in ogni espressione criptata, cifre differenti sono sempre sostituite da lettere differenti. Quanto vale BAC?

$$\begin{array}{r} B \ A \ C \ + \\ B \ A \ C \ + \\ B \ A \ C \ + \\ B \ A \ A \ = \\ \hline 1 \ 9 \ 9 \ 3 \end{array}$$

### 6. Una gara molta attesa

punti 40

C’è molta attesa per la finale di Champions League, che è una delle manifestazioni che fanno da contorno alla finale della gara a squadre di matematica. Già da qualche giorno 4200 tifosi si sono accampati davanti agli unici due sportelli dove si venderanno i pochi biglietti disponibili. I tifosi si sono disposti in due code di lunghezza diversa. Sapendo che, se un quarto di quelli che stanno nella coda più lunga si spostassero in quella più corta, le code diventerebbero lunghe uguali, riuscite a stabilire quante persone ci sono nella coda più corta?

### 7. L’età del nonno

punti 40

Il nonno, che non è ancora centenario, afferma: “Fra un anno la mia età sarà un numero multiplo di 2, fra 2 anni sarà un numero multiplo di 3, fra 3 anni un numero multiplo di 4 e fra 4 anni un numero multiplo di 5”. Quanti anni ha il nonno?

### 8. Solo 4 e 9

punti 40

Quante cifre ha il più piccolo numero intero, multiplo sia di 4 sia di 9, che si scrive utilizzando unicamente le cifre 4 e 9, ciascuna almeno una volta?

### 9. Il torneo di scacchi

punti 40

Alcune scuole partecipano ad un torneo di scacchi, iscrivendo due studenti ciascuna. Durante il torneo ogni studente gioca una volta contro tutti i concorrenti che provengono dalle altre scuole, ma non gioca contro l’altro studente della propria scuola. Se durante il torneo vengono giocate in tutto 60 partite, quante scuole vi hanno partecipato?

### 10. Quanti zeri alla fine?

punti 50

Con quante cifre zero termina il prodotto di tutti i multipli positivi di dieci minori od uguali a 150? (Ad esempio, se il prodotto fosse 50107000, la risposta corretta sarebbe 0003.)

### 11. Il torneo di calcetto

punti 50

Ad un torneo di calcetto partecipano sei squadre, ciascuna delle quali incontra le altre esattamente una volta. In ogni partita si assegnano 3 punti alla squadra vincente e 0 a quella perdente e in caso di pareggio si assegna 1 punto a ciascuna squadra. Se a fine torneo la somma dei punteggi di tutte le squadre è 39, quanti sono stati i pareggi?

### 12. I numeri primi

punti 50

Di tre numeri interi positivi  $a, b, c$  si sa che sono primi, che  $a > b > c$ , che  $a + b + c = 90$  e che  $a - b - c = 28$ . Quanto vale  $abc$ ?

### 13. Quanto costa la bicicletta?

punti 60

Il prezzo in euro di una bicicletta è il più grande numero intero il cui quadrato sia un numero di cinque cifre, tutte diverse fra loro. Quanto costa la bicicletta?

### 14. La (piccola) punizione

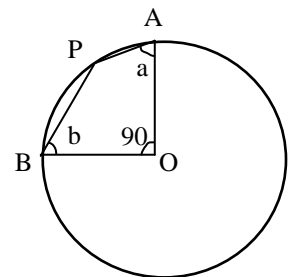
punti 60

Oggi Luca era particolarmente distratto durante la lezione di algebra, perché stava pensando al quarto problema delle Olimpiadi della Matematica, quello che nessuno ha saputo risolvere. La sua insegnante, per punizione, gli ha chiesto di scrivere tutti i numeri di cinque cifre  $abcde$  che hanno le cifre in ordine crescente (cioè  $a < b < c < d < e$ ) ed hanno la terza cifra uguale a 6 e l'ultima cifra uguale a 9. Quanti sono questi numeri? (I numeri non possono iniziare con lo 0.)

### 15. I due angoli

punti 60

Nella figura qui accanto il punto  $O$  è il centro della circonferenza e l'angolo in  $O$  è retto. Se spostiamo il punto indicato con  $P$  in un'altra posizione dell'arco  $AB$  le misure degli angoli  $a$  e  $b$  cambiano, ma c'è un teorema che dice che la somma di queste misure rimane sempre la stessa. Quanto vale in gradi questa somma?



### 16. Una serata con gli amici

punti 60

Cinque amici vanno al cinema ed anche se c'è molta gente riescono a trovare cinque posti vicini in una stessa fila. Andrea, come fa sempre, si siede a caso nel primo o nell'ultimo dei cinque posti. Barbara e Chiara si siedono una accanto all'altra e Dario ed Elisa si siedono a caso nei due posti rimanenti.

In quanti modi diversi potrebbero essersi disposti i cinque amici?

### 17. Merende al parco

**punti 70**

Al parco “Oasi Verde”, Chiara, Giulia, Sara e Valentina stanno giocando insieme, quando le mamme le chiamano per dare loro la merenda. Le bambine hanno età diverse, 5, 6, 7, 8 anni, indossano magliette di diverso colore, giallo, rosa, azzurro e viola ed hanno per merenda cose diverse, gelato, una merendina, panino e frutta.

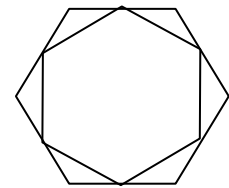
- La bambina con la maglia viola mangia il panino
- Chiara, che non è la più piccola, ha la maglietta rosa e non mangia la frutta.
- La bambina che mangia la merendina è la sorella maggiore di Valentina ed è più piccola di Sara
- La bambina con la maglietta azzurra è più piccola di Giulia ed è più grande di quella che mangia la frutta.

Avendo queste informazioni, riuscite a dire quanti anni ha ciascuna bambina? Dare la risposta scrivendo, in ordine, le età di Chiara, Giulia, Sara e Valentina.

### 18. I due esagoni

**punti 70**

In figura vedete due esagoni: l'area di quello esterno è  $20 \text{ cm}^2$  e i vertici di quello interno sono i punti medi dei lati di quello esterno. Quanti  $\text{cm}^2$  misura l'area di quello interno?



### 19. Il cellulare misterioso

**punti 70**

La vicepresidente del Liceo Moro ha da poco cambiato il suo numero di cellulare: il nuovo numero inizia con 333 e poi ha altre sette cifre che sono tutte diverse tra loro, tra le quali non c'è lo 0, non c'è il 7 e non c'è più il 3. Inoltre, la somma tra la prima e l'ultima di queste sette cifre è uguale alla somma tra la seconda e la sesta ed è anche uguale alla somma tra la terza e la quinta; mentre la quarta cifra è 5. Con queste informazioni, quanti numeri dovremmo comporre al massimo per riuscire a parlare con la vicepresidente?

### 20. Sconto ripetuto

**punti 80**

Un certo prodotto è stato messo in vendita per la prima volta il 18 maggio 2008. Il 18 maggio 2009, per incrementarne le vendite, è stato deciso di abbassarne il prezzo. Oggi, il nuovo prezzo di quell'oggetto è stato diminuito di nuovo. Il ribasso è stato di percentuale identica a quella del ribasso deciso un anno fa ed ora quel prodotto costa il 51% in meno di quanto costava due anni fa. Qual è la percentuale dei due ribassi?

### 21. Le semisfere

**punti 80**

Due sfere di plastica, cave all'interno, hanno raggio 25 mm. La cavità interna di entrambe è anch'essa sferica, con il raggio di 24 mm, e con lo stesso centro della sfera.

Le sfere sono state tagliate a metà, ottenendo quattro semisfere che sono state messe in pila appoggiandole una sull'altra con la cavità verso il basso. Se i centri delle semisfere sono tutti allineati in verticale, quanti millimetri è alta la pila?

## 18 Maggio 2010

	<b>Problema</b>	<b>Risposta</b>	<b>Punti</b>
<b>1</b>	<b>La media</b>	<b>0005</b>	<b>30</b>
<b>2</b>	<b>La pensione per gatti</b>	<b>0098</b>	<b>30</b>
<b>3</b>	<b>I volumi di storia</b>	<b>0100</b>	<b>30</b>
<b>4</b>	<b>Tra parentesi</b>	<b>0005</b>	<b>40</b>
<b>5</b>	<b>La somma cifrata</b>	<b>0498</b>	<b>40</b>
<b>6</b>	<b>Una gara molta attesa</b>	<b>1400</b>	<b>40</b>
<b>7</b>	<b>L'età del nonno</b>	<b>0061</b>	<b>40</b>
<b>8</b>	<b>Solo 4 e 9</b>	<b>0010</b>	<b>40</b>
<b>9</b>	<b>Il torneo di scacchi</b>	<b>0006</b>	<b>40</b>
<b>10</b>	<b>Quanti zeri alla fine?</b>	<b>0018</b>	<b>50</b>
<b>11</b>	<b>Il torneo di calcetto</b>	<b>0006</b>	<b>50</b>
<b>12</b>	<b>I numeri primi</b>	<b>3422</b>	<b>50</b>
<b>13</b>	<b>Quanto costa la bicicletta?</b>	<b>0311</b>	<b>60</b>
<b>14</b>	<b>La (piccola) punizione</b>	<b>0020</b>	<b>60</b>
<b>15</b>	<b>I due angoli</b>	<b>0135</b>	<b>60</b>
<b>16</b>	<b>Una serata con gli amici</b>	<b>0024</b>	<b>60</b>
<b>17</b>	<b>Merende al parco</b>	<b>6875</b>	<b>70</b>
<b>18</b>	<b>I due esagoni</b>	<b>0015</b>	<b>70</b>
<b>19</b>	<b>Il cellulare misterioso</b>	<b>0048</b>	<b>70</b>
<b>20</b>	<b>Sconto ripetuto</b>	<b>0030</b>	<b>80</b>
<b>21</b>	<b>Le semisfere</b>	<b>0046</b>	<b>80</b>