

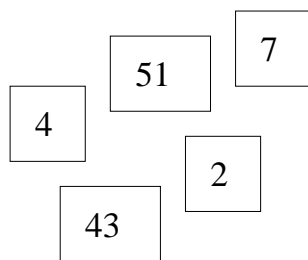
Finale Medie

21 Maggio 2009

Problemi

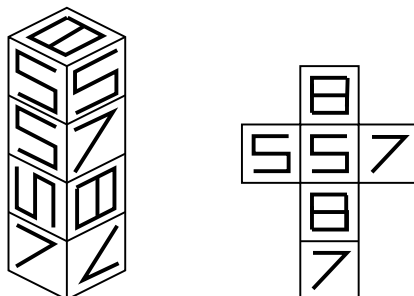
Problema 1. (20 punti)

Accostando alcuni dei foglietti in figura si possono ottenere diversi numeri di quattro cifre (ad esempio 4751 o 5143). Quale è il più piccolo numero di quattro cifre ottenibile?



Problema 2. (30 punti)

Supponiamo di avere quattro dadi, tutti uguali, e di incollarli uno sull'altro come in figura. Lo sviluppo di ognuno dei dadi è anch'esso descritto in figura. Quanto vale la somma dei valori sulle facce incollate tra loro?



Problema 3. (30 punti)

I matematici non scelgono sempre la via più breve per dire le cose. Il Professore di Algebra, ad esempio, per indicare il suo numero di casa una volta ha detto: “Se al mio numero di casa aggiungiamo la somma delle sue cifre otteniamo 816”. Uno studente giustamente replicò: “Ma di numeri con questa proprietà ce ne sono più di uno!” Allora il Professore, dopo aver riflettuto un pochino, aggiunse: “Però di tutti i numeri con questa proprietà il numero di casa mia è il più piccolo”. Qual è il numero di casa del Professore di Algebra?

Problema 4. (40 punti)

Per costruire un nuovo Dipartimento di Matematica è stato acquistato un terreno la cui forma, vista dall'alto, ricorda un simbolo $+$ ottenuto affiancando 5 quadrati uguali, il cui lato misura un numero intero di metri. L'area del terreno è superiore a $5500m^2$, ma inferiore a $6000m^2$. Determinare la lunghezza in metri del perimetro del terreno.

Problema 5. (40 punti)

L'organizzazione delle gare a squadre pare che stia mandando in bancarotta il Dipartimento di Matematica. Il disavanzo però non è del tutto certo, perchè è il risultato della seguente sottrazione, dove alcune cifre sono state sostituite con delle lettere: $(a0bcd2) - (4e993f) = (g2203)$ (lettere diverse potrebbero corrispondere alla stessa cifra) Riuscite a ricostruire il primo numero? Nella risposta scrivere il numero $abcd$.

Problema 6. (40 punti)

Durante una pausa tra le lezioni gli studenti di Matematica fanno il seguente gioco: le tre carte da gioco J, Q, K vengono messe a caso in 3 scatole numerate con 1, 2, 3 (una carta per ogni scatola). Successivamente le 3 scatole vengono poste a caso di fronte ad uno studente a cui vengono fornite le seguenti informazioni:

- la scatola numero 2 sta più a sinistra della scatola numero 3;
- la carta Q sta più a sinistra della carta J ;
- la scatola 1 sta più a destra della carta K ;
- la carta J non sta nella scatola 1.

Lo studente deve determinare la posizione delle scatole. Sapreste aiutarlo? Indicare nella risposta, da sinistra verso destra: il numero della scatola di sinistra, il numero della scatola centrale, il numero della scatola che contiene la carta J , il numero della scatola che contiene la carta Q .

Problema 7. (40 punti)

Il nuovo segretario si è accorto che la calcolatrice della segreteria del Dipartimento di Matematica funziona male. Pare che nessuno se ne fosse accorto prima perché, com'è noto, i matematici di solito i calcoli li sbagliano anche da soli. Il problema della calcolatrice è che nelle moltiplicazioni di due numeri dimentica sempre la parte dopo la virgola del secondo (ad esempio, se le si chiede di moltiplicare 10,2 per 2,5 lei moltiplica 10,2 per 2). Se x è il numero positivo il cui quadrato calcolato con questa calcolatrice vale 915, quanto vale $10x$?

Problema 8. (40 punti)

Stefano e ciascuno dei suoi fratelli compiono gli anni il 21 Maggio, ma sono nati tutti in anni diversi. Moltiplicando tra loro i 4 numeri che rappresentano le differenze d'età (intese sempre come positive) tra Stefano e i suoi fratelli si ottiene 25. Sapendo che Stefano è nato nel 1996, determinare la somma dei 5 anni in cui sono nati Stefano e i suoi 4 fratelli.

Problema 9. (50 punti)

I testi di questa gara sono stati conservati nella zona di massima sicurezza dei sotterranei del Dipartimento di Matematica. I sotterranei hanno la forma di un triangolo rettangolo isoscele coi cateti lunghi $60m$, ed agli estremi dell'ipotenusa ci sono due sensori che rilevano ogni movimento fino ad una distanza di $60m$. La zona di massima sicurezza è la parte del sotterraneo che è controllata contemporaneamente da entrambi i sensori: quanto vale la sua area?

Problema 10. (50 punti)

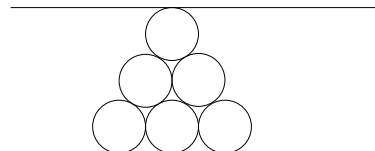
Per entrare nei sotterranei del Dipartimento di Matematica bisogna digitare un codice di quattro cifre che il Direttore cambia ogni settimana. Questa settimana, per ricordarselo meglio, il Direttore ha scelto come codice il quadrato di un numero di due cifre ab dove a e b sono tali che i numeri $55100055a$ e $19700019b$ sono entrambi numeri primi. Qual è il codice di questa settimana?

Problema 11. (50 punti)

I lati obliqui e l'altezza di un trapezio isoscele sono lunghi un numero intero di centimetri. La base minore del trapezio è lunga $4cm$ e, se dai suoi estremi tracciamo le altezze, queste dividono il trapezio in tre regioni di uguale area. Quanto vale, almeno, il perimetro del trapezio?

Problema 12. (50 punti)

Il Direttore ha concesso un'aula per festeggiare una laurea. Così ci siamo accorti che la larghezza dei banchi del Dipartimento permette di disporre 6 piatti da pizza come mostrato in figura. Se il raggio di ciascun cerchio è pari a 20cm , quanti centimetri distano le due rette?



Problema 13. (60 punti)

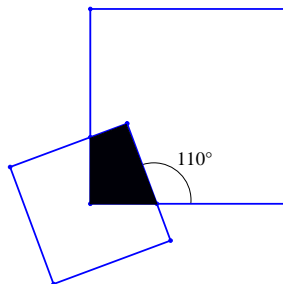
Quanti sono i numeri di quattro cifre che hanno la prima cifra uguale a 7 e che sono più piccoli del numero che si ottiene leggendoli al contrario (ad esempio 7699 va bene, perchè è più piccolo di 9967).

Problema 14. (60 punti)

I numeri di telefono interni del Dipartimento di Matematica sono dei numeri di cinque cifre (possono anche iniziare con degli zeri). Per poterli ricordare meglio i numeri sono fatti in questo modo: o la terza e la quarta cifra sono uguali alle prime due cifre (nello stesso ordine) oppure la quarta e la quinta cifra sono uguali alla prima ed alla seconda cifra (sempre nello stesso ordine). Quanti diversi numeri di telefono ci possono essere nel Dipartimento di Matematica?

Problema 15. (60 punti)

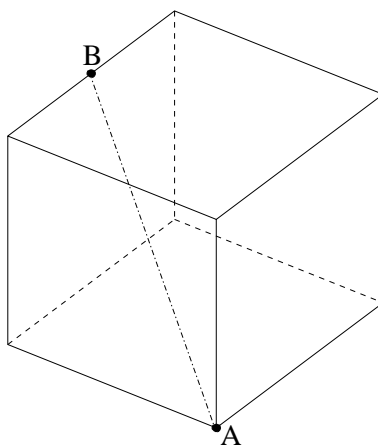
Due quadrati sono disposti con il centro del più piccolo dei due che coincide con un vertice del più grande. Il lato del quadrato più grande è lungo 55cm mentre quello del più piccolo è 24cm . Si sa inoltre che l'angolo indicato nella figura è di 110° . Quanti cm^2 vale l'area della parte colorata?



Problema 16. (60 punti)

L'ultima circolare del Direttore dice che in ogni gara a squadre ci deve essere almeno un problema di geometria solida. Così, eccolo qua:

Sia A un vertice di un cubo e B il punto medio di uno spigolo come indicato nella figura. Quanti cm misura il segmento AB , sapendo che il lato del cubo è $200cm$?



Problema 17. (70 punti)

La calcolatrice della segreteria del Dipartimento di Matematica è stata riparata ed ora calcola bene le moltiplicazioni. Il problema è che adesso sbaglia le somme, infatti nel fare le addizioni si dimentica sempre i riporti (quindi, per lei, $17 + 24 = 31$). Se con questa calcolatrice eseguiamo queste 300 addizioni: $300 + 301, 301 + 302, 302 + 303, \dots, 599 + 600$. Quante volte otteniamo il risultato corretto?

Problema 18. (70 punti)

Quanti sono i numeri interi positivi n tali che 2020 diviso n dia resto 11 ?

Problema 19. (70 punti)

Due numeri x e y maggiori di 1 (non per forza interi!), sono tali che $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$. Se x è compreso tra $1,0005$ e 5000 , quanto vale al massimo y ?

Problema 20. *(80 punti)*

Il Direttore si è così appassionato alla gara a squadre che per essere ricevuto da lui bisogna prima risolvere qualche quesito nello stile di quelli della gara. Ieri, per ottenere un appuntamento abbiamo dovuto rispondere a questa domanda:

Su un isola deserta 17 pirati devono dividersi un forziere di monete d'oro. Il forziere potrebbe contenere fino a 300 monete, ma non è pieno. I pirati decidono di dividersi le monete prendendone a turno una a testa, continuando così sino a quando il forziere non sia vuoto. Succede però che ne resta una e che nella vivace discussione che ne segue uno dei pirati viene ucciso. I pirati mettono di nuovo tutte le monete nel forziere e ricominciano a prenderne una a testa. Questa volta, alla fine della spartizione, ne mancherebbe una per l'ultimo pirata, che però, visti i precedenti, decide di non protestare. Quante monete d'oro c'erano nel forziere?

Problema 21. *(80 punti)*

Forse a causa della disavventura avuta con le calcolatrici, in Dipartimento stiamo sempre molto attenti alle addizioni, e spesso notiamo delle cose che altrimenti ci sarebbero sfuggite. Abbiamo scoperto, ad esempio, che ci sono due numeri di tre cifre che sommati danno un numero di quattro cifre e che scrivendo questa addizione, tutte le cifre da 0 a 9 vengono usate una volta. Qual è il più piccolo risultato che può avere questa addizione?